

Danielle ORTOLLAND

## COMPRENDRE CE QUI EST EN JEU EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES :

### LE CONTRAT DIDACTIQUE

La rencontre entre l'élève et les mathématiques peut se faire hors du contexte scolaire, et des éléments de ce contexte social extérieur à l'école influenceront alors les représentations des élèves vis-à-vis des mathématiques. Mais cette rencontre se fait aussi nécessairement de plus en milieu scolaire, dans une situation particulière : situation de classe, gérée par le maître, avec certaines habitudes et des attentes implicites de la part de chacun, maître comme élèves. Ce qui va nous intéresser ici c'est comment ces attentes réciproques, cette perception des mathématiques par l'élève en situation de classe est un facteur qui intervient et doit être pris en compte dans l'analyse de la compréhension des mathématiques par les enfants. Il s'agit donc de se placer dans le contexte de la classe, plus précisément du cours de mathématiques et de voir comment élèves et maître ont des attentes plus ou moins implicites qui vont influencer l'apprentissage des mathématiques.

Nous nous proposons dans un premier temps de préciser quelques notions : contrat pédagogique, contrat didactique, contrat disciplinaire telles qu'elles sont apparues chez certains auteurs. [82]<sup>1</sup> Nous montrerons ensuite comment le contrat didactique intervient dans les apprentissages mathématiques, puis nous ferons des propositions et poserons quelques questions.

#### 1 – DU CONTRAT PÉDAGOGIQUE VERS LE CONTRAT DIDACTIQUE

Ce sont ces attentes implicites, les représentations de la vie en classe par enseignant et enseignés que Janine Filloux<sup>2</sup> a analysées. Son approche est psychanalytique. Elle montre que le rapport pédagogique, dans le cadre général de la classe, est un rapport contractuel basé sur une convention d'échange entre les contractants — enseignant et enseignés.

On peut noter que le mot « contrat » est ici à prendre dans le sens de « convention entre plusieurs personnes » (Larousse), ou encore, comme on peut le lire

---

<sup>1</sup> La pagination de l'édition originale est indiquée entre crochets.

<sup>2</sup> FILLOUX J. (1974) *Du contrat pédagogique*. Paris : Dunod.

dans l'Encyclopédia Universalis : « obligation conventionnelle et convention obligatoire ».

Pour J. Filloux, ce contrat institue entre enseignant et enseignés un rapport asymétrique de « supérieur à inférieur » : l'enseignant est là pour enseigner quelque chose et l'élève pour apprendre quelque chose, devoir pour l'enseignant d'enseigner et éduquer, devoir pour l'élève d'être enseigné et éduqué.

Mais ce contrat initial va bientôt se modifier en un « contrat paradoxal, qui n'est qu'un faux contrat ». Par exemple, pour les enseignants, il va falloir présenter le savoir de telle sorte qu'il n'apparaisse pas comme imposé, faire semblant de ne pas être détenteur de ce savoir, séduire les élèves. Quant à ces derniers, ils expriment le besoin d'être guidés, de se soumettre, le besoin d'un maître autoritaire tout puissant, et le savoir devient pour eux exclusion de tout ce qui peut questionner, synonyme d'immobilité et de répétition. [83]

On peut penser que l'analyse précédente du contrat pédagogique a influencé Guy Brousseau lorsqu'il a introduit la notion de contrat didactique. Ce sont les observations relatives aux élèves en échec électif<sup>3</sup> en mathématiques<sup>4</sup> qui ont mis en évidence la nécessité de prendre en compte des phénomènes non purement cognitifs pour expliquer en partie ces échecs. Aussi Brousseau définit il ainsi le contrat didactique : « nous appelons « contrat didactique » l'ensemble des comportements (spécifiques) du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître... On peut penser qu'à chaque instant, les activités d'un enfant dans un processus dépendent du sens qu'il donne à la situation qui lui est proposée, et que ce sens dépend beaucoup des actions répétées du contrat didactique ».

Essayons de voir plus précisément comment ceci peut intervenir en classe de mathématiques.

Dans une situation d'apprentissage, visant à l'appropriation, la compréhension de notions mathématiques, l'enseignant essaye de faire savoir à l'élève ce qu'il veut qu'il fasse. Puisqu'il s'agit de maths, ces notions prendront sens dans la résolution de problèmes et le maître devra alors poser un « bon » problème. Mais il faut aussi que l'élève se pose le même problème que le maître... Si l'élève entre dans ce jeu, si la situation est adaptée, alors il y aura sans doute apprentissage. Mais s'il existe des dysfonctionnements : par exemple, si l'élève ne résout pas le problème, le maître va intervenir pour l'aider. Il peut par exemple être amené à lui donner la méthode de résolution : le maître a l'obligation sociale d'enseigner (cf. contrat pédagogique) et l'élève, surtout quand il est en échec, demande une méthode, un algorithme qu'il n'aura qu'à appliquer. [84] Pour certains élèves en difficulté en effet, les questions sont inquiétantes, ils n'acceptent que celles dont ils ont la réponse — prenons l'exemple maintes fois rencontré dans les classes de perfectionnement ou de SES où, lorsqu'ils ont à résoudre un problème numérique, ils demandent au maî-

---

<sup>3</sup> On dit qu'un élève est en échec électif dans une discipline s'il n'est en échec que dans cette discipline

<sup>4</sup> BROUSSEAU G. (1980) « Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire » — *Revue de Laryngologie*. Vol 101, n° 3-4.

tre : « C'est une plus ou une moins ? ». En fait, plus le maître cède à ces demandes, plus il dit à l'élève ce qu'il doit faire, moins l'élève a des chances de faire des maths, d'apprendre et de comprendre. Il saura, au mieux, appliquer un algorithme qui lui aura été dicté. Comment le maître saura-t-il s'il a compris ?

Le contrat didactique se distingue du contrat pédagogique par le fait qu'il prend en compte la spécificité des contenus et leur enseignement. D'autres auteurs<sup>5</sup> introduisent la notion de contrat « disciplinaire », plus global que le contrat didactique et spécifique cette fois de la discipline enseignée, ici les mathématiques. Par exemple, le contrat didactique peut dépendre du contenu, de la tâche, du problème à résoudre, de la séquence, alors que le « contrat disciplinaire » concernera les représentations des enseignants et des élèves sur les mathématiques et leur enseignement.

Un exemple de phénomène dont l'explication a été ramenée au niveau du contrat didactique est celui de l'« âge du capitaine » : à l'origine, une équipe de l'IREM de Grenoble pose des problèmes absurdes, en situation de classe, à des élèves de l'école élémentaire (problèmes numériques du type : Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres, quel est l'âge du capitaine ?). Une proportion importante d'enfants prennent au sérieux ce problème et ne se préoccupent pas de la pertinence des données par rapport à la question posée. Ne peut-on y voir la trace d'un contrat didactique, voire disciplinaire, selon lequel à un problème posé par le maître en classe de mathématiques, d'une part il y a toujours une réponse, et d'autre part, la réponse est obtenue en faisant des opérations avec les nombres de l'énoncé ? « Puisque le maître me pose ce problème, [85] c'est qu'il attend une réponse... » . Il faut noter qu'une étude plus récente, toujours sur le thème des problèmes absurdes au CE 2<sup>6</sup> met en évidence la complexité pour les élèves de la tâche de contrôle de la validité d'un énoncé de problème. En effet, pour décider qu'un problème est insoluble, l'élève doit non seulement repérer une difficulté liée au traitement de l'énoncé, mais de plus, il doit décider finalement du rejet de cet énoncé. Selon l'auteur, deux types de facteurs peuvent intervenir dans cette décision de rejet : la connaissance par l'élève de la « règle du jeu » des problèmes arithmétiques, mais aussi un facteur de personnalité qui pousse l'élève à pouvoir remettre en cause la tâche elle-même plutôt que d'interpréter une difficulté comme signe de son incompétence personnelle.

Il semble que cette étude, plutôt que de remettre en cause les facteurs explicatifs liés au contrat didactique, montre que d'autres facteurs peuvent aussi intervenir.

Mais les enseignants peuvent aussi utiliser le contrat didactique pour obtenir l'illusion de la réussite chez les élèves. L'élève échoue, il faut alors l'aider, mais sans faire le problème à sa place. On va le guider, lui donner des indices extérieurs à la situation pour qu'il produise le comportement attendu. L'exemple classique de Brousseau<sup>7</sup> est la dictée de Topaze où l'élève fait une faute d'accord : « des mou-

---

<sup>5</sup> COLOMB J., GUILLAUME J. C. & CHARNAY R. (1987) « Articulation école/collège. Quels contrats disciplinaires en mathématiques ? » — *Revue Française de Pédagogie* 80.

<sup>6</sup> BRISSIAUD R. (1988) « De l'âge du capitaine à l'âge du berger » — *Revue Française de Pédagogie* 82.

<sup>7</sup> BROUSSEAU G. (1986) « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques » — *Re-*

ton », et le maître transforme le problème de grammaire en problème de phonétique en prononçant : « moutonsses ». L'élève n'a finalement pas résolu le problème de grammaire. C'est aussi ce qui peut se produire lorsqu'on fait faire une série d'exercices après une leçon sur la soustraction : si, par hasard ou volonté du maître, [86] se trouve un problème d'addition, nombreuses vont être les chances d'erreurs ; ou encore si immédiatement après une leçon sur une notion donnée, on pose un problème sans rapport avec cette notion : alors les élèves cherchent l'analogie, s'étonnent de ne pas la trouver. L'élève trouve la solution du problème grâce à des éléments relatifs au contrat didactique, extérieurs au problème et non par la résolution du problème lui-même.

**2 — PEUT-ON COMPRENDRE LE NOUVEAU AVEC DE  
L'ANCIEN ? OU LES PHENOMENES DE RUPTURE.  
COMMENT LE CONTRAT DIDACTIQUE EST-IL PARTIE  
PRENANTE DES APPRENTISSAGES ?**

L'hypothèse de la discontinuité des apprentissages, de l'existence d'obstacles à surmonter fonde la théorie de Brousseau (il reprend en cela la notion d'obstacle épistémologique introduite par Bachelard). Pour lui, l'apprentissage réside en la construction de conceptions nouvelles, soit prolongeant les conceptions anciennes, mais plus économiques (c'est le cas d'amélioration de techniques opératoires par exemple), soit en rupture avec elles (par exemple lorsqu'un enfant passe d'un stade de non conservation : il croit qu'il y a plus d'objets là où la file est plus longue, à la conservation : le nombre est conservé lorsqu'on disperse les objets, lorsqu'on change leur disposition spatiale ; ou encore, lorsqu'on passe des entiers aux décimaux : des propriétés vraies pour les entiers deviennent fausses pour les décimaux, par exemple, entre deux entiers, il y en a un nombre fini, mais pas entre deux décimaux, multiplier dans les entiers c'est augmenter, mais ce n'est plus vrai si on multiplie par un décimal positif inférieur à 1, etc...)

Chevallard<sup>8</sup> analyse ainsi cette dialectique « ancien/nouveau » : pour qu'un objet de savoir puisse être objet d'enseignement, il faut qu'il apparaisse comme nouveau, encore inexploré. Il peut alors être reconnu par les élèves comme enjeu d'un apprentissage et il pourra [87] se nouer un contrat didactique entre maître et élèves à son propos. Mais il faut aussi qu'il apparaisse comme ancien pour que les élèves puissent l'identifier et le placer dans le contexte de leurs connaissances.

On peut rencontrer le même phénomène quand, dans le cadre de la pédagogie par objectifs, l'enseignant veut communiquer ses objectifs aux enseignés. Pour que ces derniers en perçoivent le sens, ils doivent être communiqués en référence à leurs connaissances anciennes, et cependant ces objectifs peuvent faire référence à des acquisitions de connaissances nouvelles.

---

*cherches en didactique des mathématiques* Vol 7.2.

<sup>8</sup> CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique*. Grenoble : La pensée Sauvage.

## LE CONTRAT DIDACTIQUE EN MATHÉMATIQUES

Dans cette conception, l'apprentissage va donc reposer sur des ruptures de contrat. C'est aussi lors de ces ruptures que le contrat va le plus souvent se révéler, ces ruptures étant par ailleurs inévitables puisque le contrat entre maîtres et élèves ne peut être entièrement explicite. Je prendrai un exemple rencontré chez une élève de seconde, bonne en mathématiques. Un problème de géométrie est posé. Pour le résoudre, il faut que l'élève fasse quelques constructions annexes non indiquées dans l'énoncé et dont on suppose qu'elle a la charge. Elle ne trouve pas la solution et alors que je lui suggère cette possibilité de constructions supplémentaires, semble étonnée. Elle pensait qu'une démonstration de géométrie ne devait se faire qu'avec la figure initiale et s'interdisait tout autre tracé. Ce contrat était implicite et n'a pu apparaître que lors de sa rupture.

De même, certains logiciels d'enseignement vont utiliser, plus ou moins volontairement, ces ruptures de contrat pour provoquer certains types d'apprentissage. J'en donnerai deux exemples.

Le premier se situe dans la perspective de Brousseau : il s'agit du logiciel d'enseignement expérimenté par Joël Briand pour la construction du nombre<sup>9</sup>. La situation initiale propose à l'élève de construire, en appuyant sur la barre d'espace, une collection de [88] barques correspondant au nombre de lapins visibles sur l'écran. Cette situation peut se résoudre par correspondance terme à terme. La situation suivante est identique au départ, mais lorsqu'on fait apparaître la première barque, la collection de lapins disparaît. Ici, la correspondance terme à terme ne peut plus fonctionner. Les élèves doivent utiliser une autre stratégie (dessin, dénombrement) ; entre les deux situations, le contrat a changé pour provoquer une évolution des stratégies.

Le second est le logiciel « REPERAGE » (Réseau Nord Diffusion). Il s'agit ici d'entrer les coordonnées des cases où se situent certains objets pour les faire disparaître. Dans le choix numéro 1, l'élève peut désigner le couple indifféremment par D3, 3D, DD3,... il n'a pas à être ordonné et ne réclame pas de syntaxe rigoureuse. Quant au choix numéro 2, il oblige à désigner un couple de façon précise, la syntaxe doit être respectée. La rupture entre ces deux choix se situe ici au niveau du respect d'un code établi et arbitraire et non plus des stratégies de résolution, le mode d'apprentissage sous-jacent n'est donc plus du même type que précédemment. Les élèves peuvent légitimement se demander pourquoi ce qui était permis dans le choix 1 ne l'est plus dans le second, puisque de toutes façons l'obligation d'ordonner des couples ne peut apparaître comme nécessaire que lorsque les deux coordonnées sont de même nature.

Dans les deux cas, il apparaît que le logiciel, à lui seul, ne définit pas le contrat didactique, mais que le maître a un rôle important dans sa négociation.

---

<sup>9</sup> BRIAND J. (1985) *Situation didactique et logiciel d'enseignement*. Mémoire de DEA de didactique de mathématiques. IREM de Bordeaux.

### 3 — DISCUSSION ET PERSPECTIVES

La première remarque que l'on peut faire concerne le terme de « contrat » employé ici. En effet, si Janine Filloux montre qu'initialement un « vrai » contrat se noue entre enseignant et enseignés, elle signifie bien par ailleurs que ce contrat se transforme vite en un « faux » contrat paradoxal. Par ailleurs, dans sa définition même, le contrat didactique comporte nécessairement [89] une part d'implicite. Peut-on légitimement dès lors le qualifier de « contrat », sans induire de contresens quant à cette notion ?

Cependant, il apparaît que certaines modifications du contrat didactique peuvent améliorer la compréhension des mathématiques par les élèves. Il est par exemple important d'aider les élèves à se faire une idée la plus précise possible de la tâche qu'ils ont à accomplir, à percevoir que c'est à eux qu'incombe la charge de la recherche de la résolution d'un problème, de la recherche de la validité du résultat. Pour cela, il sera utile de prendre en compte les démarches autant que les résultats, les erreurs ou les procédures peu efficaces, comme des éléments aussi importants que les solutions plus élaborées. L'apprentissage repose en effet en partie sur le dépassement de ces erreurs. Pour que ce contrat puisse se mettre en place, les situations où l'auto-validation est possible, c'est-à-dire qui renvoient directement à l'élève un feed-back sur ses prévisions, sont intéressantes (c'est là sans doute un des intérêts incontestable de l'ordinateur lors de situations du type programmation par les élèves, lorsqu'un projet avait été établi au départ : la confrontation entre le projet et sa réalisation peut aider s'il y a lieu à l'analyse de l'échec. Par contre, on voit vite la limite de certains logiciels ne permettant pas ce retour). La validation des résultats obtenus peut se faire aussi par les élèves dans des situations de débat où l'on peut développer preuves ou contre-exemples.

Il serait cependant faux de croire que, même dans ces conditions, les obstacles vont pouvoir être tous levés facilement. Je prendrai pour cela plusieurs exemples.

Le premier rencontré en géométrie lorsqu'on demande aux élèves de reproduire une figure plane, un transparent leur étant donné pour vérifier que la figure construite est bien identique au modèle, et pour favoriser l'auto-validation. On peut alors constater que certains élèves arrivent à un dessin satisfaisant en utilisant des procédures approximatives (report de mesures à l'oeil et sans instrument par exemple), alors que d'autres ont parfaitement [90] repéré les longueurs à reporter, les points à joindre, mais arrivent à un moins bon résultat parce que leur habileté dans l'utilisation des instruments est moins bonne.

Le second exemple concernera l'utilisation de logiciels pour l'aide aux apprentissages en mathématiques. Une étude des tâches de communication élève-ordinateur et du type de contrat sous-jacent est faite par F. Trehard<sup>10</sup>. Elle distingue deux types de logiciels. Les premiers sont ceux qui demandent une réponse à l'utili-

---

<sup>10</sup> TREHARD F. (1987) *Logiciels pouvant impliquer des activités mathématiques à l'école élémentaire : typologie et enjeux didactiques*. Thèse de didactique des mathématiques et de l'informatique. Université de Paris VII.

sateur, réponse suivie par une instruction qui servira d'évaluation de la part du logiciel ; c'est le cas des logiciels de type QCM, de « REPERAGE », etc... Pour les seconds, au contraire, une entrée est une instruction ou une combinaison d'instructions. Après cette entrée, l'utilisateur ne reçoit pas d'autre instruction que le symbole d'invite ou un message d'erreur ; c'est le cas par exemple de LOGO. Il apparaît que l'utilisation des logiciels de type 1 font l'objet d'un contrat implicite, rarement perçu par le maître (par exemple : la validation des entrées, le codage O/N, appuyer sur une touche pour continuer,...), et qu'il serait nécessaire de prendre en charge. Quant aux logiciels de type 2, le contrat y est plus explicitement reconnu par le maître. Néanmoins, l'auteur observe qu'il faut parfois nuancer : certaines conceptions de LOGO comme environnement permettant un apprentissage autonome ne différencient pas par exemple la tâche de communication entre la machine et l'utilisateur de celle portant sur l'objet d'enseignement mathématique. Par exemple, pour pouvoir programmer la réalisation d'un dessin en LOGO, il va falloir d'une part utiliser des connaissances géométriques, mais aussi d'autre part maîtriser les instructions, la signification des messages d'erreur. Comprendre les messages d'erreur émis suppose déjà une connaissance informatique préalable. Il s'agit là d'éléments relatifs à la tâche de communication. Or, le point de vue de Papert sur l'environnement LOGO a pu faire penser qu'un enfant placé devant LOGO va découvrir la géométrie de façon autonome. [91]

Quant au dernier exemple, il concerne les situations de communication. Dans des situations entre élèves du type émetteur-récepteur, avec émission d'un message qui doit permettre aux récepteurs de réaliser une action, certains élèves peuvent produire un message satisfaisant, mais qui est mal décodé, ou non compris par les récepteurs. En théorie, c'est alors la confrontation émetteurs-récepteurs qui doit permettre les explications et le progrès. Mais il peut arriver qu'un élève ayant produit un message correct mais mal décodé par le récepteur se mette à douter de la validité de sa résolution et se trouve ainsi déstabilisé. J'ai personnellement pu l'observer en classe d'adaptation, et il semblait qu'alors l'intervention du maître ait été nécessaire pour redonner confiance à cet élève. Dans d'autres cas, ce peut être le message incomplet ou incorrect qui aboutisse néanmoins à la production correcte !

Il est aussi important que la progression suivie par l'enseignant soit basée sur les procédures effectivement mises en oeuvre par les élèves eux-mêmes dans la résolution des problèmes, et non sur la progression qui apparaît la plus logique à un adulte qui restructure son savoir ou qui imagine une progression linéaire d'apprentissage. Par exemple, on a pu croire utile en 1970 de proposer en CP des progressions pour l'apprentissage du nombre basées sur la reconstruction axiomatique de l'ensemble  $\mathbb{N}$  des entiers naturels. Un travail important préliminaire au nombre était ainsi centré sur les correspondances terme à terme, les procédures relatives au comptage n'étant alors pas prises en compte dans les progressions proposées par les manuels. Dans cette perspective à cette époque, la seule procédure admise en maternelle et début CP pour comparer deux collections d'objets, était parfois la correspondance terme à terme, alors que les enfants disposaient de connaissances, limitées certes, mais néanmoins utilisables telles que récitation de la « comptine » numéri-

*D. ORTOLLAND*

que, dénombrement de petites collections... Que peut alors penser un élève à qui on demande de ne pas utiliser certaines de ses connaissances, et de plus sans le lui justifier ? Il pourra en déduire qu'en mathématiques, pour résoudre un problème, on n'a pas le droit de faire appel à toutes ses connaissances. L'élève essaiera de deviner quelles sont celles qu'il a [92] le droit d'utiliser dans le cadre du cours de mathématiques. Il s'agira bien là d'un phénomène lié au contrat didactique qui interférera avec la résolution du problème en empêchant l'apparition de certaines procédures correctes et qui pourra laisser l'enfant dans une grande indécision quant à ce qu'on « a le droit » de faire en mathématiques.

Pour terminer, je voudrais revenir sur le qualificatif « didactique », c'est-à-dire, ce contrat est-il vraiment spécifique des mathématiques ? On peut imaginer que des phénomènes analogues se produisent dans les autres disciplines. Il serait intéressant de repérer ce qui est alors transposable, mais aussi ce qui est transformé, en quoi les contrats en lecture, en biologie, en histoire, en technologie, ..., se différencient ou se rapprochent de ce qui est décrit précédemment. On pourrait alors déterminer ce qui relève d'un contrat pédagogique général et ce qui est relatif à chaque discipline ou situation plus particulièrement et relève alors d'un contrat disciplinaire, voire didactique.

**Danielle ORTOLLAND**  
Ecole Normale de Lille