Daniel POISSON

LE TABLEAU, UN DES SUPPORTS DE MATHEMATISATION DANS LA METHODE GLOBALE D'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES DU DEPARTEMENT MATHEMATIQUES DU CUEEP

Résumé : Cet article propose un retour réflexif sur la place et le rôle joué par le support tableau dans l'élaboration collective par le département mathématiques du Centre Université-Economie d'Education Permanente, d'une méthode d'enseignement des mathématiques aux adultes intégrant l'informatique comme outil et mode de pensée. Après avoir montré l'utilisation des tableaux pour « enseigner l'algèbre linéaire par ses applications » et introduire la méthode du pivot de résolution des systèmes d'équations, les liens avec la logique, puis la recherche opérationnelle seront dégagés. Pour finir, la place des supports dont le support tableau dans la stratégie de mathématisation de situation proposé comme une approche globale des mathématiques en formation d'adultes sera évoqué.

Le département mathématique du CUEEP à choisi de faire faire des mathématiques à partir de situations en pratiquant des méthodes actives. Le mode de pensée informatique a induit dans la pédagogie des situations le concept de support de gestion de l'information.

L'organisation de données sur des supports, les manipulations structurantes permettent de reconnaître sur différents supports des analogies entre plusieurs situations pour dégager des modèles mathématiques sans avoir dans un premier temps recours au formalisme et à la théorie. Dans ce travail en partie exposé dans la thèse : « Une stratégie d'enseignement des mathématiques : la mathématisation de situations intégrant l'informatique comme outil et mode de pensée » (D'Halluin, C., Poisson, D., 1988), le tableau est un des supports d'aide à la modélisation.

Donnons tout de suite d'autres supports pour référencer le champ conceptuel : graphiques, arbre de choix, graphes pondérés, diagrammes, organigrammes, formules[1]. Dans cette première partie, nous ne détaillerons pas les aspects pédagogiques du rôle des tableaux comme support d'aide à la mathématisation, cet aspect sera repris dans la contribution sur la place des tableaux dans la réforme dite des « mathématiques modernes ».

[1] Nous retrouvons cette diversité des supports dans l'article de Keskessa, une même situation technologique peut se traduire par une table de vérité, un tableau de Karnaugh, une formule d'algèbre de Boole, un arbre de choix.

Pour resituer les exemples dans leur contexte, donnons un rapide aperçu de la stratégie proposée pour enseigner les mathématiques aux adultes au CUEEP.

1. LES MATHEMATIQUES PAR LEURS APPLICATIONS

Le recours aux situations vise à mettre en activité les apprenants, à ne pas couper les mathématiques de leurs applications (Glayman, M., 1972), il s'agit de faire des mathématiques en apprenant à mathématiser (Flechter, T-J., 1972).

La pédagogie des situations au CUEEP résulte de la synthèse de deux approches de l'utilisation des situations, celle de l'enseignement technique et professionnel (CAP par unités capitalisables en particulier) et celle de « la mathématisation axiomatisante » développée à l'APMEP (Gadrey, J., 1973) et dans les IREM à partir de 1968 et dès cette époque, elle intègre explicitement l'informatique comme outil et mode de pensée.

Donnons un exemple de « mathématiques par leur applications », emprunté à Glayman, où un tableau numérique obtenu avec des calculatrices programmables, sert de support de visualisation à des conjonctures, puis à différents formalismes et enfin à une théorie.

Le titre de l'article « Au commencement était le calcul » montre déjà l'importance de l'aspect calculatoire : le calcul précède la théorie et, pour Glayman, la structuration des résultats dans un tableau numérique jouera un rôle majeur dans la mathématisation de la situation proposée :

Une usine comprend deux secteurs A et B.

- le secteur A fabrique du matériel à partir de matières premières,

- le secteur B fabrique du matériel à partir des sous-produits fournis par A.

Les capitaux initiaux des secteurs A et B sont respectivement 70 millions et 30 millions.

On suppose que chaque secteur double tous les ans son capital ; en outre, à la fin de chaque année :

- le secteur A réinvestit 60 % de son revenu annuel, investit 20 % de son revenu annuel dans le secteur B et verse le reste de son revenu annuel en salaires et impôts,

- le secteur B investit 70 % de son revenu annuel dans le secteur A et verse le reste de son revenu annuel en salaires et impôts.

La consigne : « Que constatez-vous ? Pouvez-vous donner une explication et mathématiser la situation », montre bien qu'il ne s'agit pas de résoudre un problème concret mais bien de mathématiser et de théoriser pour comprendre.

Avant toute théorisation, Glayman visualise l'évolution à l'aide d'une calculatrice et du tableau numérique suivant :

année	x_n	y_n	$r_n = x_n/y_n$	$sn = x_n + y_n$	$v = s_n/s_{n-1}$
0	70	30	2, 333	100	
1	133	44	3, 023	177	1, 770
2	244	71	3, 450	315	1, 775
3	439	119	3, 681	558	1, 777
4	786	207	3, 795	993	1, 778
5	1 403	364	3, 850	1 767	1, 779

6	2 500	645	3, 876	3 145	1, 779
7	4 451	1 145	3, 888	5 596	1, 779
8	7 923	2 035	3, 893	9 958	1, 780
9	14 102	3 620	3, 896	17 721	1, 780
10	25 097	6 440	3, 897	31 537	1, 780
11	44 663	11 460	3, 897	56 123	1, 780

Figure 1 Au commencement était le calcul

Ce tableau est typique des tableaux produits à l'aide des imprimantes des premières « calculatrices programmables », on imprimait « côte à côte » sur une même ligne des informations liées à une boucle munie d'un compteur. Dans son article Glayman a rajouté des bordures mais pas toutes et une référence dans la première ligne, mais souvent ces informations ne figuraient pas sur la bande d'impression des résultats. Notons au passage qu'actuellement cette situation se modéliserait à l'aide d'un tableur, ce qui renforcerait encore le rôle du support tableau dans la modélisation de cette situation.

La suite de la mathématisation à partir du tremplin constitué par le tableau conduira à des activités de changement de supports, Glayman propose trois supports :

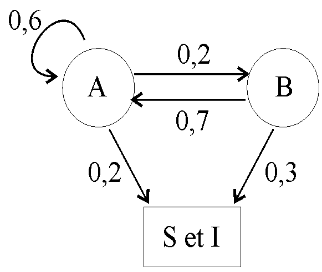
- le support algébrique :

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1{,}6x_n + 0{,}7y_n \\ y_{n+1} = 0{,}2x_n + y_n \end{cases}$$

- le support matriciel :

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}6 & 0{,}7 \\ 0{,}2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

- le support graphe :



Sur une situation analogue M. Dumont complète avec le support organigramme informatique mettant en évidence le concept de boucle et de récursivité et visualise l'évolution du phénomène en utilisant une représentation graphique des points M_n (x_n, y_n).

D’autres exemples du lien entre tableau et informatique sont proposés par Flechter dans « L’algèbre linéaire par ses applications » en particulier dans le cadre du lien entre inversion de matrices et résolution de système linéaire par la méthode du pivot. La visualisation de l’algorithme sur le support tableau est un puissant outil de modélisation. L’organigramme du programme d’inversion de la matrice se matérialise par l’ordre d’apparition des zéros dans le tableau.

Pour illustrer cette « synergie entre le numérique et le graphique », (D’Halluin, C., Poisson, D., 1988, p. 111, 113) où « le support tableau n’est plus seulement une série de nombres isolés obtenus successivement à l’aide d’une calculette, mais un objet mathématique en tant que tel sur lequel on opère, une image interactive que l’on peut manipuler globalement », donnons un exemple : soit le système de trois équations à trois inconnues :

$$3x + 8y - 8z = 43$$
$$5x - 5y + 6z = 39$$
$$3x + 7y - 7z = 41$$

Les informations pertinentes peuvent se ranger dans le tableau à trois lignes et quatre colonnes suivant :

3	8	-8	43
5	-5	6	39
3	7	-7	41

La méthode du pivot consiste à l’aide de la seule manipulation autorisée : remplacer une ligne par une combinaison linéaire des lignes, à atteindre le tableau cible suivant :

1	0	0	*
0	1	0	*
0	0	1	*

* désigne un nombre quelconque.

La stratégie gagnante peut se visualiser en première approximation (pour le cas général, il faut rajouter un test pour éviter les divisions par zéro et traiter le cas des systèmes indéterminés) par la succession d’images représentant l’évolution de zéros et des uns du tableau[2] :

*	*	*	*
*	*	*	*
*	*	*	*

*	*	*	*
0	*	*	*
*	*	*	*

*	*	*	*
0	*	*	*
0	*	*	*

*	*	*	*
0	*	*	*
0	**0**	*	*

*	*	*	*
0	*	*	*
0	0	**1**	*

*	*	*	*
0	*	**0**	*
0	0	1	*

*	*	*	*
0	**1**	0	*
0	0	1	*

*	*	**0**	*
0	1	0	*
0	0	1	*

*	**0**	0	*
0	1	0	*
0	0	1	*

[2] Cet exemple illustre le concept de tableau « word » (cf. supra « Le tableau en Sciences de l’Education ») qui permet de traiter en côte à côte des informations. Signalons que l’ensemble des tableaux précédents est en fait un seul « tableau word » à 14 colonnes et 15 lignes.

1	0	0	*
0	1	0	*
0	0	1	*

Figure 2 Pivot

Cette visualisation des informations et des algorithmes sur des tableaux, court-circuitant le formalisme algébrique classique a permis d'utiliser cette méthode avec des publics de niveau V (CAP par UC) à partir d'exemples tel que : 4 amis vont dîner dans un self-service, avec leurs épouses respectives, connaissant leurs consommations et la note de chacun, dire : quel est le prix de l'entrée, du plat, du dessert et du café ?

	entrée	plat	dessert	café	total
Alain	1	2	2	1	18,10 F
Bernard	2	2	1	0	17,00 F
Charles	1	2	1	2	17,10 F
Daniel	0	2	2	1	16,60 F

Figure 3 Self-service (Loosfelt, P., Poisson, D., 1975, p. 129)

Un langage symbolique que nous nommons au département Mathématiques du CUEEP, langage des registres, permet de noter les transformations successives de ce tableau, par exemple en créant la ligne E = A-D on trouve le prix de l'entrée.

Cela revient à dire qu'entre la consommation d'Alain et celle de Daniel, il y a une entrée de différence. On aboutit donc à un tableau qui préfigurait à l'époque (1971-1975), les tableurs[3], la dernière colonne du tableau contient la formule qui permet de calculer la nouvelle ligne en fonction des anciennes.

	e	p	d	c	t	f
A	1	2	2	1	18,10	
B	2	2	1	0	17,00	
C	1	2	1	2	17,10	
D	0	2	2	1	16,60	
E	**1**	0	0	0	1,5	A - D
F	0	2	1	0	14	B - 2E
G	0	0	0	2	1,6	C - E - F
H	0	0	0	**1**	0,80	G/2
I	0	0	**1**	0	1,8	D - F - H
J	0	2	0	0	12,2	F - I
K	0	**1**	0	0	6,10	J/2

Figure 4

[3] Avant la généralisation de l'usage des tableurs, le département mathématiques du CUEEP avait créé un logiciel dédié à la manipulation des systèmes d'équations qui utilisait le langage des registres : SYSEQUAT, une version est disponible dans MAC 5 diffusé par TNT.

On en déduit en lisant les lignes ou le 1 est en gras, qu'en 1975, une entrée valait 1,50 F, un plat 6,10 F, un dessert 1,80 F et un café 0,80 F, bonjour l'inflation.

A un niveau plus élevé à l'époque Bac H ou Post ESEU, on complétait le tableau en enregistrant comment chaque ligne s'obtenait directement à partir des trois premières pour aboutir au concept de matrice et de matrice inverse, c'est-à-dire à la résolution du système indépendamment de ses seconds membres.

	e	p	d	c	t	A	B	C	D
A	1	2	2	1	18,10	**1**	0	0	0
B	2	2	1	0	17,00	0	**1**	0	0
C	1	2	1	2	17,10	0	0	**1**	0
D	0	2	2	1	16,60	0	0	0	**1**
E = A – D	**1**	0	0	0	1,5	1	0	0	-1
F = B - 2E	0	2	1	0	14	-2	1	0	2
G = C- E - F	0	0	0	2	1,6	1	-1	1	-1
H = G/2	0	0	0	**1**	0,80	1/2	-1/2	1/2	-1/2
I = D – F - H	0	0	**1**	0	1,8	3/2	-1/2	-1/2	-1/2
J = F – I	0	2	0	0	12,2	-7/2	3/2	1/2	7/2
K = J/2	0	**1**	0	0	6,10	-7/4	3/4	1/4	7/4

Figure 5

En reclassant les lignes correspondantes au 1 en gras, on a fait pivoter, d'où le nom de la méthode du pivot la matrice unité (une diagonale de 1 et des 0 ailleurs, de la droite du tableau à la gauche pour obtenir la matrice inverse.

E = A - D	**1**	0	0	0	1,5	1	0	0	-1
K = J/2	0	**1**	0	0	6,10	-7/4	3/4	1/4	7/4
I = D - F - H	0	0	**1**	0	1,8	3/2	-1/2	-1/2	-1/2
H = G/2	0	0	0	**1**	0,80	1/2	-1/2	1/2	-1/2

Figure 6

La matrice :

1	0	0	-1
-7/4	3/4	1/4	7/4
3/2	-1/2	-1/2	-1/2
1/2	-1/2	1/2	-1/2

est donc la matrice inverse de celle correspondant au premier tableau :

1	2	2	1
2	2	1	0
1	2	1	2
0	2	2	1

Nous ne détaillerons pas dans cet article, le calcul matriciel qui correspond à des usages importants du support tableau en mathématique et en informatique, précisons cependant que l'algorithme du pivot se traite en mathématique à l'aide de systèmes équivalents de n équations à n inconnues et en informatique en utilisant un tableau au sens informatique à n lignes et 2n colonnes ; illustrons à partir de l'exemple précédent le déroulement de cet algorithme.

Le tableau de départ est sans bordure, sa dimension est 4 lignes et 8 colonnes, il est composé de la matrice de départ correspondant au premier membre du système d'équation et de la matrice unité de même dimension.

1	2	2	1	1	0	0	0
2	2	1	0	0	1	0	0
1	2	1	2	0	0	1	0
0	2	2	1	0	0	0	1

Au lieu de créer de nouvelles lignes, on remplace une ligne par un combinaison linaire des autres lignes. Par exemple la nouvelle première ligne peut être obtenue en faisant la différence de l'ancienne première ligne et de l'ancienne quatrième ligne.

1	0	0	0	1	0	0	-1
2	2	1	0	0	1	0	0
1	2	1	2	0	0	1	0
0	2	2	1	0	0	0	1

On peut alors utiliser cette ligne pour faire apparaître des zéros dans la première colonne, dans les deuxième et troisième lignes

	0	0	0	1	0	0	-1
0	2	1	0	-2	1	0	2
0	2	1	2	-1	0	1	1
0	2	2	1	0	0	0	1

On continue à faire apparaître de zéros et des uns à la bonne place pour obtenir la matrice unité à gauche et la matrice inverse à droite.

1	0	0	0	1	0	0	-1
0	1	0	0	-7/4	3/4	1/4	7/4
0	0	1	0	3/2	-1/2	-1/2	-1/2
0	0	0	1	1/2	-1/2	1/2	-1/2

On voit dans cet exemple comment le tableau initialement référencé par des bordures devient progressivement un tableau au sens informatique, c'est-à-dire des cases repérées par leur numéro de lignes et par leur numéro de colonnes.

2. LES TABLEAUX EN RECHERCHE OPERATIONNELLE EN LIEN AVEC LES MATHEMATIQUES MODERNES POUR ADULTES

Ayant été sollicité en 1971 par le département Mathématique du CUEEP en tant qu'animateur à l'IREM de Lille et formateur en mathématique au niveau CAP à l'Action Collective de Roubaix-Tourcoing, de répondre à diverses demandes concernant la compréhension des « Mathématiques modernes » à divers publics Adultes (Parents d'élèves au centre social de la ZUP de la Bourgogne à Tourcoing, Collège Rabelais à la ZUP de MONS, Ouvriers du Textile chez Phildar et enfin personnel de l'université de Lille I, unité de « Mathématique et logique » du Diplôme Universitaire de formation d'adultes, formation de formateurs à la recherche opérationnelle), j'ai naturellement appliqué la démarche précédente à cette demande et donc abordé les mathématiques modernes par leur applications en lien avec la mathématisation de situation.

La plupart des situations problèmes étaient liées à des structurations de données logiques ou numériques conduisant à des problèmes de tri, de classement, d'ordonnancement, d'optimisation, d'affectation, de choix et recoupaient donc des problèmes standards ou non standards de Recherche Opérationnelle (Kaufmann, Faure, 1984). Dans de très nombreuses applications, le support tableau est présent à la fois pour fournir les données du problème, mais aussi comme support de modélisation, puis de visualisation et de la réalisation des algorithmes de résolution. Notons au passage que l'implantation des algorithmes sur ordinateur conduira à des tableaux au sens de la programmation ou à l'utilisation d'un tableur pour assister les calculs.

Parmi les tableaux utilisés, en plus des classiques tableaux numériques liés aux fonctions à une ou deux variables et aux tableaux statistiques, certains sont des supports standards directement liés à un modèle et souvent à une théorie, d'autres sont spécifiques à la situation traitée.

Par exemple, l'optimisation de tri de cartes perforées, l'orientation d'une campagne publicitaire, le dénombrement en lien avec les probabilités conduisent à introduire un support standard le tableau de Karnaugh et à l'utiliser dans toutes les modélisations où le modèle « algèbre de boole » intervient[4]. La situation « L'orchestre » (Loosfelt, Poisson, 1975, p. 121) illustre bien l'utilisation du tableau de Karnaugh en lien avec les cartes perforées et les arbres de choix : Un chef d'orchestre fait le bilan des possibilités de ses musiciens concernant les 4 instruments :

- Trompette (T) ;
- Piano (p) ;
- Violon (V) ;
- Batterie (B)

1) 8 ne jouent que d'un seul
2) 10 ne jouent que de deux
3) 2 ne jouent que P et B

[4] D'autres exemples sont fournis dans : Loosfelt Philippe, Poisson Daniel, « Mathématiques pour la formation d'adultes » brochure CUEEP-APMEP, 1975

4) 23 jouent de B
5) 1 ne joue que de P
6) 2 ne jouent que de T
7) 2 ne jouent que de T et P
8) 1 ne joue que de T et B
9) 1 ne joue que de B et V
10) 12 ne jouent que de trois
11) 3 ne jouent que de T, P et V
12) 2 ne jouent que de P, V et B
13) 15 savent jouer de P et de B
14) 7 jouent de quatre
15) 24 jouent de P
16) Il y a en tout 47 musiciens

Après avoir modélisé la situation à l'aide d'un arbre binaire et de fiches perforées permettant de découvrir les 16 types de musiciens possibles en fonction de « joue ou ne joue pas de », le tableau de Karnaugh est introduit comme outil de résolution du problème. En codant conformément au formalisme de l'algèbre de Boole par : T l'ensemble des musiciens qui jouent de la trompette et $\overline{T}$ l'ensemble des musiciens qui ne jouent pas de trompette (complémentaire).

A l'aide des supports suivants :

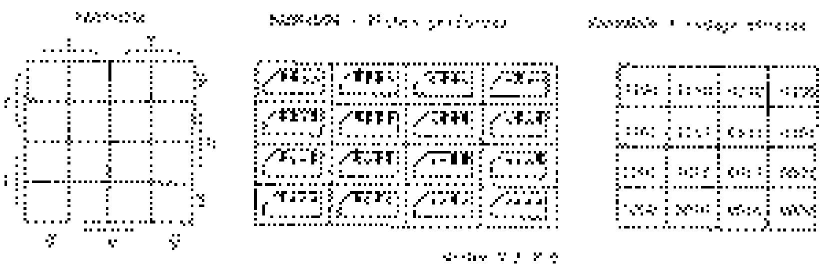


Figure 7 Orchestre - supports

C'est le moyen de tenir compte de plus de 2 variables, ici 4 variables binaires. Chaque information est enregistrée soit directement dans la case, si une seule case est concernée, soit dans un tableau en matérialisant les cases concernées par des ronds. On obtient :

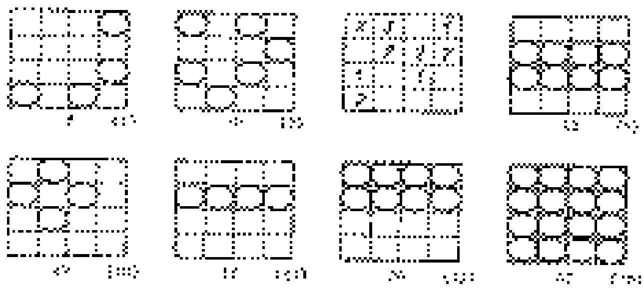


Figure 8 Orchestre - solutions

En reportant les valeurs connues dans les bulles, et en complétant à fur et à mesure on aboutit à la solution.

Notons que contrairement aux mathématiques modernes scolaires, ces tableaux ne sont pas des outils théoriques mais des aides à la résolution de problèmes. La fabrication d'une serrure électronique (figure XI.9) avec des « portes logiques », analogue à l'exemple proposé par Bachir Keskessa (cf. chapitre IV), montre une concrétisation de l'algèbre de boole et l'efficacité du tableau de Karnaugh pour simplifier une situation complexe.

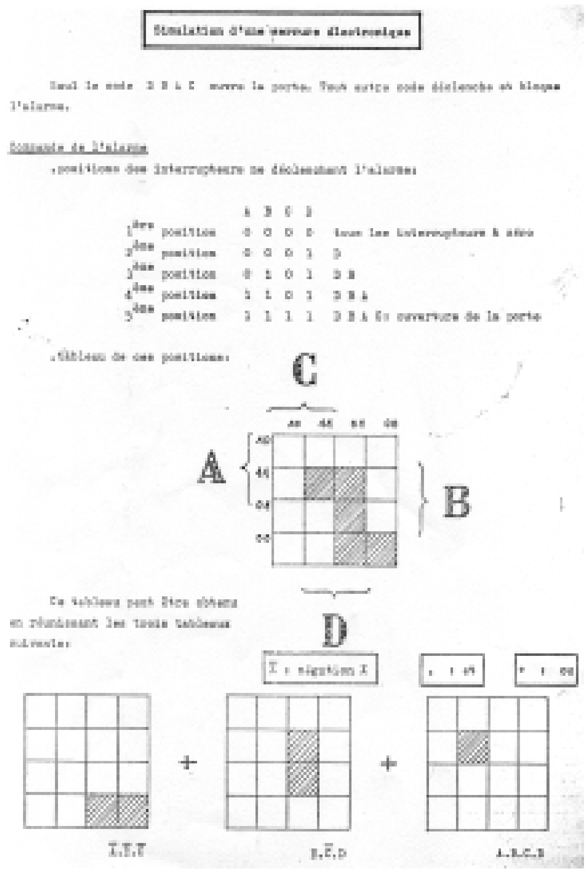


Figure 9 Serrure électronique (groupe IREM, Math ateliers, 1976)

Mais dans d'autres cas le support peut être très spécifique à la situation comme dans l'exemple suivant :

CUEEP	Logique A la Carte	Groupe 3
	Tableaux logiques à double entrée	Exemple 4

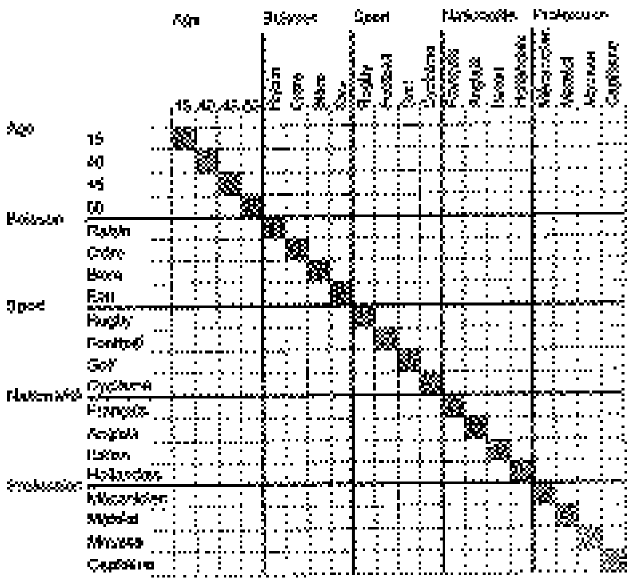
EXEMPLE 4 :

[illegible] personnes de nationalités différentes, boivent des [illegible], d'âge différents, [illegible] différents et ayant des sports favoris différents sont sur un bateau.

1. L'Italien et le Français n'aiment pas le cyclisme
2. Celui qui boit de l'eau n'est pas le plus âgé.
3. Le mécanicien boit du jus de raisin.
4. L'Anglais aime le rugby.
5. Le mousse a 15 ans.
6. Le Hollandais n'est pas celui qui a 45 ans.
7. Le matelot est anglais.
8. Le plus âgé a 60 ans et est amateur de football.
9. Celui qui a 40 ans boit du cidre mais n'aime pas le rugby.
10. L'amateur de cyclisme ne boit ni cidre ni eau.

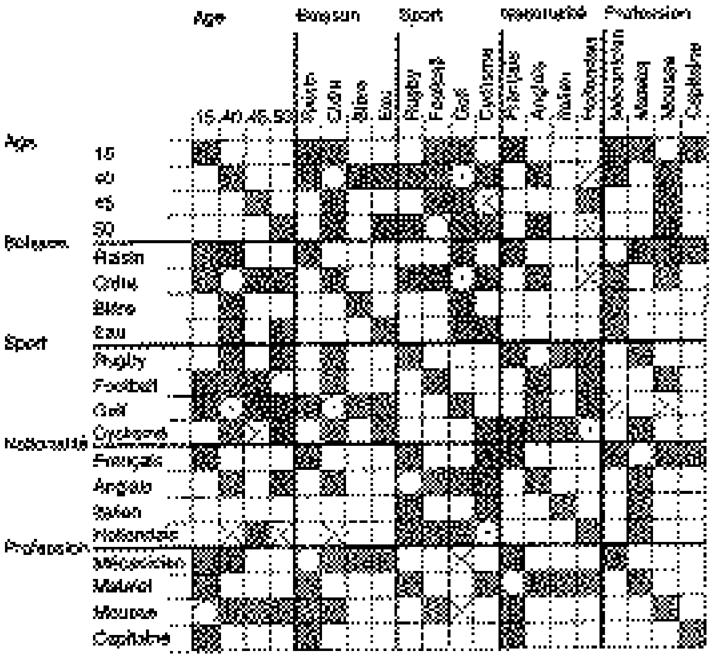
Quel est l'âge du capitaine ? qui boit de la bière ? Qui aime le golf ?

Le tableau suivant sert à coder les informations.



Toute une série de codages du type une case hachurée : la relation n'existe pas, une case cerclée : la relation existe, une case marquée d'une croix : à hachurer après réflexion, une case marquée d'un point : sert à faire pivoter dans une autre catégorie équivalente. Donnons un exemple d'un codage intermédiaire du tableau :

N.B. : la moitié suffit par symétrie, mais la découverte de cette symétrie est importante et nous avons donc préféré laisser le tableau en entier.



La recherche opérationnelle utilise aussi des tableaux numériques souvent associés à des matrices au sens de l'algèbre linéaire, qui sont directement des supports d'aide au déroulement des algorithmes de résolution des problèmes. Les problèmes classiques de programmation linéaire par la méthode du simplexe, les problèmes d'affectation ou du voyageur de commerce, la gestion de flux de transport illustrent le rôle central des tableaux numériques en recherche opérationnelle.

Cet apport de la recherche opérationnelle qui, paradoxalement, ne figurait pas dans le bagage d'un agrégé de mathématique en 1970, a joué un rôle essentiel dans l'élaboration de la stratégie de mathématisation de situation, et dans la conception de la filière modulaire d'enseignement des mathématiques de l'illettrisme à l'université proposé par le département mathématique du CUEEP.

Donnons un extrait de la thèse (D'Halluin, C., Poisson, D., 1988, p. 28-30) à partir du livre « invitation à la recherche opérationnelle » (Kaufmann, A., Faure, R.,

1984) qui illustre bien le rôle des tableaux dans un résolution de problème de recherche opérationnelle.

Dans ce livre de vulgarisation, les supports servent à construire des modèles d'où découlera la théorie.

« A l'aide de dix-huit petites histoires, nous présentons les méthodes principales et les démarches analytiques de mise en équation ou de construction de modèles… puis, nous donnons un aperçu de l'aspect théorique général de chacun des problèmes. »

L'activité des élèves est centrée sur la création, l'utilisation de support de gestion de l'information.

Les supports servent :

- *à définir* la situation problème en donnant les informations en vrac sur un premier support, par exemple dans un problème d'affectation d'équipage.

Informations initiales :

Mexico – Acapulco Départ Mexico	Numéro de la ligne	Arrivée Acapulco	
06.00	a →	12,00	
07,30	b →	13,30	
11,30	c →	17,30	durée :
19,00	d →	01,00	6 heures
00,30	e →	06,30	

Acapulco – Mexico Départ Acapulco	Numéro de la ligne	Arrivée Mexico	
11,30	← 1	05,30	
15,00	← 2	09,00	durée :
21,00	← 3	15,00	6 heures
00,30	← 4	18,30	
06,00	← 5	00,00	

La question :

Dans ces conditions, le problème peut être formulé comme suit : Où les équipages doivent-ils loger et quelles lignes doivent-ils assurer, de telle sorte que le temps total passé par l'ensemble des équipages à attendre le service de retour soit minimal, pourvu que le temps d'attente de chacun soit supérieur à 4 heures et inférieur à 24 heures ?

- *à mathématiser :* de nouveaux supports (ici tableaux à double entrée) donnent les résultats d'une première mathématisation :

Tableau 6-1

Équipages logés à Mexico

	1	2	3	4	5
a	17,5	21	3	6,5	12
b	16	19,5	1,5	5	10,5
c	12	15,5	21,5	1	6,5
d	4,5	8	14	17,5	23
e	23	2,5	8,5	12	17,5

Tableau 6-2

Équipages logés à Acapulco

	1	2	3	4	5
a	18,5	15	9	5,5	0
b	20	16,5	10,5	7	1,5
c	0	20,5	14,5	11	5,5
d	7,5	4	22	18,5	13
e	13	9,5	3,5	0	18,5

- *à raisonner* : un raisonnement portant sur les deux tableaux conduit à fabriquer un troisième tableau par algorithme :

Dans chaque case prendre le nombre le plus petit en éliminant les nombres plus petits ou égaux à 4

Tableau 6-3

	1	2	3	4	5
a	17,5	15	9	5,5	12
b	16	16,5	10,5	8	10,5
c	12	15,5	14,5	11	5,5
d	4,5	8	14	17,5	13
e	13	9,5	8,5	12	17,5

- *à prévoir* un type de solution : une affectation correspond à un tableau booléen du type :

Exemple d'une solution possible

	1	2	3	4	5
a	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
b	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
c	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**
d	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
e	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**

- *à résoudre :* le but à atteindre est un tableau n'ayant qu'une case par ligne et par colonne de façon à ce que le total soit minimum. La recherche et le traitement de l'algorithme (déplacement de zéros) se fait directement sur ce support. Exemple de tableau de traitement :

Tableau 6-10

	1	2	3	4	5	
1	12,5	6,5	0	0	6	X
2	11,5	8,5	2	$\boxed{0}$	5	X
3	7,5	7,5	0	6	$\boxed{0}$	
4	$\boxed{0}$	0	5,5	12,5	7,5	
5	8,5	1,5	$\boxed{0}$	7	12	X
			X	X		

Le tableau est donc un outil théorique et un instrument de résolution.

Dans toutes les situations proposées par Kaufmann et Faure, les supports de gestion de l'information jouent un rôle central dans la résolution du problème. L'informatique est présente à la fois comme mode de pensée (algorithmique), comme outil de calcul mais aussi comme outil de simulation pour les problèmes ne relevant pas de modèles algébriques.

Les supports utilisés sont très divers, mais, dans tous les cas, ils sont au centre de l'activité de mathématisation. De plus, ils portent en eux-mêmes la possibilité de se créer une représentation mentale schématisée de la méthode de traitement du problème. Les supports aident à se créer une image mentale et aide donc par là à la compréhension des problèmes.

Cet exemple montre la complexité des tableaux utilisés en recherche opérationnelle, avec toute une grammaire à base de zéros et de traits, de croix, et d'encadrements qui comme dans l'exemple précédent servent à modéliser et visualiser les algorithmes.

Pour visualiser les algorithmes complétons cet exemple par quelques tableaux de recherche opérationnelle donnés en vrac.

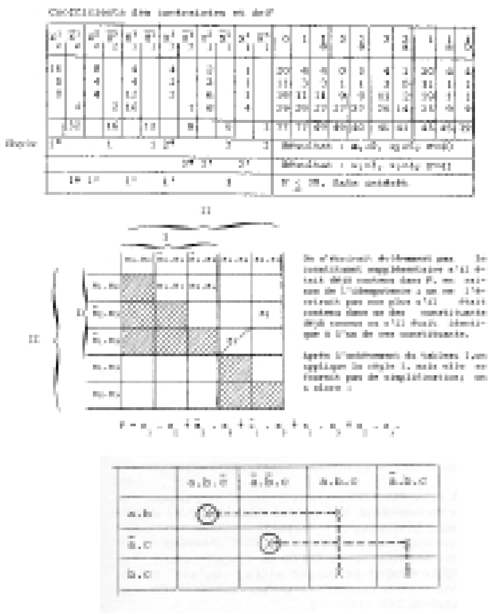
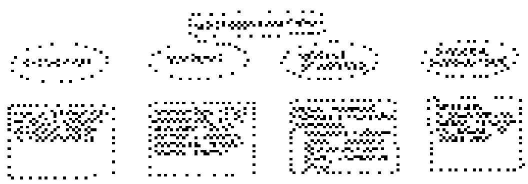


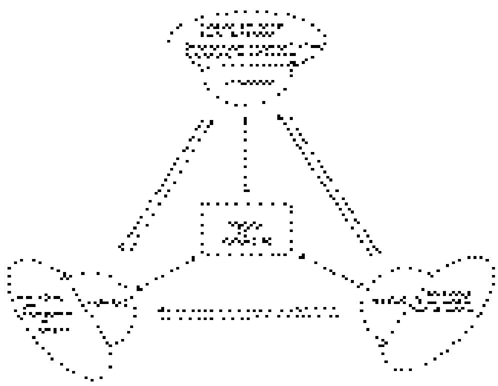
Figure 9 Autres exemples de tableaux en recherche opérationnelle

3. THEORISATION ET OPERATIONNALISATION DU ROLE DES SUPPORTS PAR LE DEPARTEMENT MATHEMATIQUE DU CUEEP

En lien avec les pistes exposées au-dessus, sous l'influence de Philippe Loosfelt, électronicien de formation, le département mathématique du CUEEP a systématisé l'utilisation de support comme outil d'aide à la résolution de problèmes et en a fait une stratégie d'enseignement. Parmi ces supports, le support tableau jouait un rôle central. On arrive donc à la notion de couple situation-problème/support, un flot d'informations en vrac lié à une situation, est interrogé par une question et conduit à visualiser et réorganiser les informations utiles sur un support. Certains supports apparaissent pertinents pour un large champ de situations et leurs règles d'utilisation font apparaître des invariants, ils deviennent des supports standards, en lien avec des modèles mathématiques et des morceaux de théories progressivement institutionnalisés.

Nous pouvons résumer cette stratégie d'enseignement par les deux schémas suivant : (D'Halluin, C., Poisson, D., 1988, p. 60-61)





Dans cette méthode outre les exemples déjà donnés, liés à la recherche opérationnelle, aux mathématiques modernes et à la logique, le support tableau intervient constamment en particulier dans l'analyse où le concept de fonction affine puis de fonction trinôme se construit à partir des changements de support tableau-graphique-formule et des reconnaissances de modèle sur chacun de ces supports. Par exemple une fonction affine se caractérise par un double pas constant sur le support tableau (à un accroissement constant des x correspond un accroissement constant des y). Une fonction trigone ($f(x) = ax^2 + bx + c$) a sur une table à pas constant une différence tabulaire seconde constante…

De même les modèles dérivation intégration se concrétisent et se reconnaissent sur des tableaux numériques à l'aide d'opérations sur les différences tabulaires et sommations tabulaires avant d'être associés à un formulaire algébrique. C'est ce que dans la méthode globale d'enseignement des mathématiques du CUEEP on appelle la stratégie TGF (« faire de l'analyse sans prérequis algébrique : opérationnaliser le tryptique tableau – graphique – formule » D'Halluin, C., Poisson, D., 1988, p. 124 – 144 et 172-196).

Daniel POISSON
TRIGONE
CUEEP — Université Lille 1

Abstract : This article suggests to focus to the place and the role of the grids in the collective working out of a maths teaching method to adults.

Références

D'Halluin, C. et Poisson, D. (1988) *Une stratégie d'enseignement des mathématiques : la mathématisation de situations intégrant l'informatique comme outil et mode de pensée.* Thèse, éditeur CUEEP Lille.

Fletcher, T.J. (1972) *L'algèbre linéaire par ses applications.* Paris : CEDIC.

Gadrey, J. (1973) « A propos du plan mathématique et du plan physique. Réalité expérimentale, modèle et théories » — APMEP 289.

Glayman, M. (1972) *La mathématique et ses applications.* Séminaire E. Gallion-Valloire – Collection CEDIC.

Kaufmann, A., Faure, R. (1984) *Invitation à la recherche opérationnelle.* Paris : Dunot-Entreprise.

Loosfelt, P. et Poisson, D. (1975) *Mathématiques pour la formation d'adultes.* brochure CUEEP-APMEP.